

## Оформление 15 номера

**Основное, что вы должны знать:** за 15 задачу можно получить 2 балла. 1 балл даётся за верно составленную и обоснованную матмодель, которую начали решать. То есть для того, чтобы получить 1 балл вы должны грамотно пояснить свои действия составить матмодель и сделать хотя бы одно действие в её решении, к примеру раскрыть скобки или перенести слагаемые. Второй балл даётся за верное решение и нахождение верного ответа. Чаще всего если эксперт не может поставить первый балл за матмодель, то и второй соответственно он вам тоже не поставит. Бывают исключения и такое понятие как «недостаточная обоснованность», тогда ставится 1 балл за задачу, но как вы сами понимаете, наш единый экзамен прекрасен своей вариативностью, что одному эксперту покажется «недостаточной обоснованностью» другой сочтёт поводом не засчитать вам всю задачу. Поэтому мы не будем особенно заострять внимания на зыбкой грани между этими понятиями и будем стараться делать так, чтобы ни у одного эксперта не было ни одного повода для снятия баллов.

### Составление матмодели:

Обосновывать матмодель можно любыми способами: табличкой или с помощью текста. В любом случае на забывайте вводить переменные, которые используете!

И здесь есть определённые тонкости

Как говорится, следите за руками:

Общее условие: мы ищем процент от суммы долга

1  
.... оставшейся сумме долга добавляется  $r$  % этой суммы и своим ежемесячным ....

$$s \frac{r}{100}$$

$Sr$  ❌

**Пояснение:**

Здесь  $r$  это целое число, допустим, если 3%, то  $r=3$ . И если искать проценты как  $Sr$  это ошибка, получается буквально  $3S$ , матмодель составлена неверно. Верный вариант:  $s \frac{r}{100}$

**Ещё вариант записи:**

Если  $r=3$ , пусть  $k = \frac{r}{100}$

$Sk$

Когда вводим замену  $q = 1 + \frac{r}{100}$  опять обращаем внимание, что значит  $r$ , смотрим объяснения выше

1


### Ответ:

В июле 2016 года планируется взять кредит в размере 4,2 млн. руб. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года.
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга.
- в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остается равным 4,2 млн. руб.
- суммы выплат 2020 и 2021 годов равны.

Найдите  $r$ , если в 2021 году долг будет выплачен полностью и общие выплаты составят 6,1 млн. рублей.

Ответ: 10

Ответ: 10% 

### Пояснение:

Внимательно смотрим на вопрос задачи и если там просят указать значение переменной ещё раз обращаем внимание, что конкретно имелось ввиду под этой переменной. Посмотрите на задачу, это 1 случай из ситуации переменных, описанный выше. Предположим, ответ 10. Тогда в ответе нужно так и записать, без значка процентов! Иначе получится, что  $r=0,1$ , а это неверный ответ и теряется балл за решение.


2

### Похожая ситуация с S

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Месяц и год	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028	Июль 2029
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 5  руб.

Ответ: 8

Ответ: 8 млн рублей.

Ответ: 8 000 000

### Пояснение:


Вам в условии сказали, что взяли  $S$  миллионов, то есть в данном случае обозначает количество миллионов. И когда вас в ответе просят записать  $S$ , то вы как раз и должны записать количество миллионов. Если вы, как в данном примере, напишете в примерру 8000000, то получится, что у вас взяли 80000000 миллионов, но это же не так. Так же допускается запись буквами 8 млн рублей, тогда «млн рублей» считаются единицами измерения. Но всё же лучше записать просто 8.

**Но! Не путайте со случаем ниже**

В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:  
— в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;  
— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредит в банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 156 060 рублей больше суммы взятого кредита.

**Ответ: 239 400.**

**Ответ: 239,4.** 

**Пояснение:**

Здесь вас просят найти сумму, а не переменную. И сумма должна быть записана полностью. Тут уже нужно записать полностью число. Как не запутаться? Внимательно читайте вопрос и обозначение всех переменных в задаче

- Если дальше пишете текстом, прописывайте как, что и почему вы берёте на что умножаете и откуда это.
- В табличке внимательно следите за годами, к примеру, если условие как в задаче выше, когда процент начисляется в январе, а выплаты с февраля по июнь, писать просто год некорректно – непонятно, на какой момент этого года вы составляете выражение
- Внимательно следите за знаками, если в уравнении условие «не больше», то обязательно должен быть знак  $\leq$
- Вы можете как заменять известные величины числами, так и не делать этого

**Решение:**

1. Вы не обязаны показывать все вычисления на чистовике, в решении достаточно показать основные шаги. То есть на ЕГЭ не нужно записывать каждый столбик в чистовик, но и переход от матмодели к ответу тоже не ок. Пока готовитесь, можно записывать всё на чистовик, чтобы куратор помог найти ошибку в счёте. Учтите, что эксперты проверяют все действия и даже если чудом с ошибкой или несколькими в решении у вас получится верный ответ – у вас снимут балл.
2. Если в ответе получилась дробь – её надо сократить, несокращённая дробь считается неверным ответом, точно так же как не перемноженные множители (не считая обозначения десятков)
3. Если вам не важны числа после запятой, нельзя просто их откинуть, так как это считается округлением, а оно недопустимо, вы можете записать обыкновенной дробью и выделить целую часть, потом уже ответить на вопрос задачи, если там вас спрашивают про целое решение.

**Ответ:**

1. Обязательно выписывайте ответ, не выписанный ответ может лишить вас балла за верное решение
2. Обратите внимание, что вас просили найти и в каких единицах измерения, посмотрите примеры про проценты и миллионы выше



## Оптимизация:

Такие задачи крайне редко встречаются на ЕГЭ однако важно и про них кое-что понимать: они оформляются так же как обычные банковские, единственное, на что обратили внимание эксперты. Если вы находите точку экстремума необходимо доказать минимум в ней или максимум, именно прописать. Это несложно – вспоминаем производные)

Примеры оформления заданий

Задача 1.

$S$  - сумма, взятая в кредит,  $r\% = 31\%$  (ежегодное увеличение долга),  $x = 69690821$  руб (выплатенная часть долга),  $n = 3$  (количество лет),  $k = 1 + \frac{r}{100} = 1,31$

Оформление таблицей:

Номер года	Долг с % (руб)	Выплата (февр.-июнь)	Остаток
1	$kS$	$x$	$kS - x$
2	$k(kS - x)$	$x$	$k^2S - kx - x$
3	$k(k^2S - kx - x)$	$x$	0

Составим мат. модель:

$$k^3S - k^2x - kx - x = 0$$

Оформление текстом:

1 год:  $1,31S$  - начисление процентов  
 $1,31S - x$  - остаток долга после выплаты

2 год:  $1,31(1,31S - x)$  - начисление процентов  
 $1,31(1,31S - x) - x$  - ост. долга после выплаты

3 год:  $1,31((1,31S - x) \cdot 1,31 - x)$  - начисление процентов  
 $1,31((1,31S - x) \cdot 1,31 - x) - x$  - ост. долга



т.к. долг погашен полностью, то остаток в конце 3 года равен 0

Составим мат. модель:

$$(1,315 - x) \cdot 1,31 - x \cdot 1,31 - x = 0$$

## Задача 2.

Оформление таблицы

$S$  - сумма, взятая в кредит,  $r\% = 5\%$ ,

$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$  - выплаты,  $k = 1,05$

Дата	Долг с % (в конце месяца)	Выплата (первая пол. мес)	Остаток
15.01.			$S$
15.02	$kS$	$X_1$	$0,9S$
15.03	$k \cdot 0,9S$	$X_2$	$0,8S$
15.04	$k \cdot 0,8S$	$X_3$	$0,7S$
15.05	$k \cdot 0,7S$	$X_4$	$0,6S$
15.06	$k \cdot 0,6S$	$X_5$	$0,5S$
15.07	$k \cdot 0,5S$	$X_6$	0

Выплата - разница между долгом с % и остатком

$$S_{\text{всего}} = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 - \text{общая сумма вкл.}$$

$$\begin{aligned}
 S_{\text{итого}} &= kS - 0,9S + k \cdot 0,9S - 0,8S + k \cdot 0,8S - 0,7S + \\
 &+ k \cdot 0,7S - 0,6S + k \cdot 0,6S - 0,5S + k \cdot 0,5S = \\
 &= k(S + 0,9S + 0,8S + 0,7S + 0,6S + 0,5S) - \\
 &- (0,9S + 0,8S + 0,7S + 0,6S + 0,5S)
 \end{aligned}$$

### Оформление текста:

$S$  - сумма, взятая в кредит,  $r\% = 5\%$ ,

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  - выплаты,  $k = 1,05$

1 месяц:  $S \cdot 1,05 - x_1 = 0,9S$  - ост. долга

2 месяц:  $x_2 = k \cdot 0,9S - 0,8S$   
Выплата - разница между долгом с % и остатком

3 месяц:  $x_3 = k \cdot 0,8S - 0,7S$

и т.д.



Задача 3.

$S$  - размер кредита

$r\%$  - увеличение долга  $r\%$ ,  $n = 39$  (срок кредита)  
месяц.

$S_{\text{итог}}$  - общая сумма выплат,  $S_{\text{итог}} = 1,2S$

$$S_{\text{итог}} = S + S\% \Rightarrow S\% = 0,2S$$

Оформление таблицы

Номер месяца	Долг	Выплата		Остаток
		г.г.	%	
1	$\frac{39}{39} S$	$\frac{1}{39} S$	$\frac{r}{100} \cdot \frac{39}{39} S$	$\frac{38}{39} S$
2	$\frac{38}{39} S$	$\frac{1}{39} S$	$\frac{r}{100} \cdot \frac{38}{39} S$	$\frac{37}{39} S$
...	...	...	...	...
38	$\frac{2}{39} S$	$\frac{1}{39} S$	$\frac{r}{100} \cdot \frac{2}{39} S$	$\frac{1}{39} S$
39	$\frac{1}{39} S$	$\frac{1}{39} S$	$\frac{r}{100} \cdot \frac{1}{39} S$	0

$$S\% = \frac{r}{100} S \left( \frac{39}{39} + \frac{38}{39} + \dots + \frac{2}{39} + \frac{1}{39} \right)$$

Оформление текстом

Долг уменьшается равномерно, т.е. на  $\frac{S}{39}$  и  
будет составлять соответственно  $\frac{38}{39} S$ ,  $\frac{37}{39} S$ , ...,  $\frac{1}{39} S$

Общая сумма выплат состоит из суммы  
долга и выплаченных  $\%$ , к-ые можно найти  
умножив остаток долга на  $\frac{r}{100}$

**Ниже представлены примеры задач и их оформление на ЕГЭ, за которые эксперт поставил 2 балла**

Планируется взять кредит на 600 тыс. рублей на 6 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2031 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равно  $r$ , если общая сумма выплат составит 975 тыс. рублей?

№ 17.

Кредит  $S = 600$  тыс. руб.; 6 лет; 2026, 2027, 2028 -  $r\%$  (?)  
2029, 2030, 2031 - 15%

$$S_{\text{итог}} = 975 \text{ тыс. руб.}$$

	Величина	Выплата	%
2026	$\frac{6}{6} S$	$\frac{1}{6} S$	$\frac{r}{100} \cdot \frac{6}{6} S$
2027	$\frac{5}{6} S$	$\frac{1}{6} S$	$\frac{r}{100} \cdot \frac{5}{6} S$
2028	$\frac{4}{6} S$	$\frac{1}{6} S$	$\frac{r}{100} \cdot \frac{4}{6} S$

Оборотная сторона бланка НЕ ЗАПОЛНЯЕТСЯ. Попросите дополнительный бланк ответов № 2.

**ВНИМАНИЕ!** Данный бланк использовать только после заполнения обоих листов основного бланка ответов № 2

2029	$\frac{3}{6} S$	$\frac{1}{6} S$	$\frac{15}{100} \cdot \frac{3}{6} S$
2030	$\frac{2}{6} S$	$\frac{1}{6} S$	$\frac{15}{100} \cdot \frac{2}{6} S$
2031	$\frac{1}{6} S$	$\frac{1}{6} S$	$\frac{15}{100} \cdot \frac{1}{6} S$

$$1) S_{\text{итог}} = S + S\%$$

$$S\% = S_{\text{итог}} - S \Rightarrow S\% = 975 - 600 = 375 \text{ (тыс. руб.)}$$

$$2) S\% = \frac{r}{100} S \left( \frac{6}{6} + \frac{5}{6} + \frac{4}{6} \right) + \frac{15}{100} S \left( \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \right) = \\ = \frac{r \cdot 600}{100} \cdot \frac{15}{6} + \frac{15 \cdot 600}{100} \cdot \frac{6}{6} = 15r + 15 \cdot 6 = 15r + 90.$$

$$3) 15r + 90 = 375$$

$$15r = 375 - 90$$

$$15r = 285$$

$$r = 19$$

$$\begin{array}{r} 285 \overline{) 15} \\ -15 \quad \overline{) 19} \\ \hline 135 \\ -135 \\ \hline 0 \end{array}$$

Ответ: 19

млн.



15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

Пусть сумма кредита  $S$  рублей, т.к. долг возрастает на  $r\%$  каждый месяц, значит для нахождения суммы начисления процента нужно сумму долга умножить на  $\frac{r}{100}$ . Т.к. по условию ежемесячный платёж состоит из двух частей  $\rightarrow$  погашение долга, Т.к. по условию задачи долг уменьшается равномерно, то каждую выплату мы погашаем равную часть долга, всего выплат 19 (ежемесячные), значит, каждый месяц погашаем  $\frac{S}{19}$ . Получается, что и остаток долга, на который ежемесячно начисляются проценты равномерно уменьшается на  $\frac{S}{19}$ . Значит сумма % в первый месяц будет  $S \cdot \frac{r}{100}$ , во 2-й  $\frac{18}{19} S \cdot \frac{r}{100}$  и т.д. Т.к. разницу между суммой долга и итоговой суммой выплат составляют %, найдём их сумму  $S \cdot \frac{r}{100} + \frac{18}{19} S \cdot \frac{r}{100} + \frac{17}{19} S \cdot \frac{r}{100} + \dots + \frac{1}{19} S \cdot \frac{r}{100}$

По формуле арифм. прогрессии:

$$\frac{r}{100} S \left( 1 + \frac{18}{19} + \frac{17}{19} + \dots + \frac{1}{19} \right) = \frac{r}{100} S \cdot \frac{1 + \frac{1}{19}}{2} \cdot 19 = \frac{r}{10} S$$

Т.к. общая сумма выплат на 30% больше суммы взятой в долг, то:

$$0,1rS = 0,3S$$

$$r = 3$$

Ответ: 3.

В июле 2025 года планируется взять кредит на 600 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 13% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2031, 2032, 2033, 2034, 2035 годов долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равна сумма всех выплат?

П.к. по условию долг уменьшается равномерно, то каждый год для погашения <sup>долга</sup> выплачивают  $\frac{600 \text{ т.р.}}{10 \text{ л.}} = 60 \text{ т.р.}$  (т.к. сумма долга изначально 600 т.р., а срок кредита 10 л.). Помимо платежей, идущих на погашение долга, были и платежи на погашение процентов. П.к. первые 5 лет было 13%, то сумма долга возросла на  $\frac{13}{100} = 0,13$ , а следующие 5 лет - на  $\frac{12}{100} = 0,12$ . С учетом того, что сумма равномерно уменьшалась каждый год и все общие суммы выплат состоят из погашения первоначального долга и процентов, составим уравнение выражение для общей суммы:

$$\begin{aligned}
 & 600 + \frac{(600 \cdot 13)}{100} + \frac{(600 - 60) \cdot 13}{100} + \frac{(600 - 60 \cdot 2) \cdot 13}{100} + \frac{(600 - 360) \cdot 13}{100} + \frac{(600 - 4 \cdot 60) \cdot 12}{100} + \frac{(600 - 5 \cdot 60) \cdot 12}{100} + \frac{(600 - 6 \cdot 60) \cdot 12}{100} + \frac{(600 - 7 \cdot 60) \cdot 12}{100} + \\
 & + \frac{(600 - 8 \cdot 60) \cdot 12}{100} + \frac{(600 - 9 \cdot 60) \cdot 12}{100} = 600 + \frac{13}{100} (600 + 540 + 480 + 360 + \dots)
 \end{aligned}$$

(расчет ведя в тыс. руб.)  
см лист 3